

Предисловие

Задачей любой науки является изучение и описание математическим языком закономерностей, присущих той или иной области явлений, например физических. Эти закономерности обычно выражаются в виде функциональных зависимостей, уравнений, описаний, таблиц и т. п., устанавливающих связь между определенными физическими явлениями.

Метрология — наука об измерениях, методах и средствах обеспечения их единства и способах достижения требуемой точности. Развитие теорий и их практическое применение немислимо без исходной информации, получаемой путем измерений. *Измерение — это нахождение физической величины опытным путем с помощью специальных технических средств — средств измерений.*

Важность науки об измерениях предопределена огромным значением, которое имеют различные виды измерений для познания окружающего мира и практической деятельности человека. Именно измерения осуществляют связи между теорией и реальным миром, именно измерения являются главным способом познания закономерностей физического мира.

Основоположник отечественной научной метрологии великий русский ученый Д.И. Менделеев считал, что «в природе мера и вес суть главное орудие познания. Наука начинается с тех пор, как начинают измерять. Точная наука немислива без меры».

По словам М. Планка, «в физике существует только то, что можно измерить».

Одной из важнейших задач метрологии является обеспечение и оценка достоверности и точности измерений физических величин. Обе эти категории (достоверность и точность) выражаются и определяются через погрешности измерений и неопределенности измерений. Поэтому важным разделом метрологии является теория о погрешностях и неопределенностях измерений, методах их оценивания и формах представления. Поэтому обеспечение и оценка погрешности и неопределенности — одна из основных задач метрологии.

С погрешностями средств измерений связано понятие точности. Точность средства измерений — это характеристика, отражающая близость его погрешности к нулю. Считается: чем меньше погрешность, тем точнее средство измерений.

Во многих областях науки для описания изучаемых явлений используется детерминированная связь между физическими вели-

чинами. Однако этот способ не всегда позволяет получить удовлетворительные результаты и далеко не для всех изучаемых явлений. Часто науке приходится иметь дело со случайными явлениями, т. е. явлениями, которые под влиянием неконтролируемых воздействующих факторов протекают неоднозначно и результат которых не может быть выражен однозначно. Для описания таких явлений используется вероятностный (стохастический, статистический) метод. Это относится и к измерениям физических величин.

В тех случаях, когда погрешности измерений постоянны или закономерно изменяются, для их расчета и суммирования применимы методы функционального анализа. Если же погрешности изменяются стохастически, т. е. случайным образом (а погрешности и неопределенности измерений в метрологической литературе обычно и рассматриваются как случайные величины или случайные процессы), то для их достоверной оценки и расчета должны использоваться и используются методы теории вероятностей и математической статистики.

При измерениях обязательно должна проводиться оценка случайной погрешности полученного результата измерений.

Метрологические задачи состоят в основном в оценивании погрешностей (неопределенностей) измерений с применением методов математической статистики.

Различают две группы характеристик погрешностей измерений как случайных величин: вероятностные и статистические.

Обычная область использования вероятностных характеристик погрешностей измерений — технические измерения, когда фактически имеют дело с генеральными совокупностями погрешностей. Вероятностные характеристики являются детерминированными величинами, обычно они нормируются и контролируются для определенных методик измерений. Свойства генеральных совокупностей случайных величин изучает теория вероятностей.

Статистические характеристики — случайные величины, представляющие собой оценки вероятностных характеристик, параметров функций распределения вероятностей погрешности измерений. Они получают экспериментальным путем при выборочных, статистических испытаниях и отражают степень близости к истинному значению измеряемой величины результата, полученного в той серии измерений, по данным которой рассчитаны статистические характеристики. Область использования статистических характеристик — лабораторные измерения. Поскольку статистические характеристики — случайные величины, их не нормируют.

Свойства выборочных, статистических характеристик, представляющих собой статистические оценки характеристик генераль-

ной совокупности случайной величины, изучает математическая статистика.

Математическую статистику часто определяют как науку о принятии решений в условиях неопределенности. Неопределенность не означает незнания, просто она предполагает, что точное определение результата измерения невозможно. Но можно определить область возможных исходов на основе предыдущих испытаний или по ряду выборочных данных.

Во всех измерениях имеют место случайные изменения и истинное значение при измерениях должно быть выявлено в эксперименте при наличии случайного изменения. Таким образом, математическую статистику можно также определить как науку о принятии решений при наличии случайных изменений.

Итак, основным математическим аппаратом, используемым в метрологии, являются методы теории вероятностей и математической статистики. Специфика использования этих методов в метрологии обусловлена тем, что в качестве случайных величин и процессов рассматриваются погрешности и неопределенности результатов измерений.

Книга состоит из пяти разделов.

Раздел I содержит общие сведения по метрологии как науки об измерениях.

Разделы II и III носят самостоятельный информационно-справочный характер и содержат описание основных понятий и представлений теории вероятностей и математической статистики, знание которых требуется при дальнейшем изложении материала.

Раздел IV посвящен статистическим методам оценки погрешностей и неопределенностей измерений.

В *разделе V* рассмотрены статистические методы обработки результатов измерений.

Книга может быть использована как пособие для метрологов и лиц, интересующихся и занимающихся вопросами современных подходов к оценке точности измерений.

I Метрология

1 Общие сведения по метрологии

1.1. Метрология — наука об измерениях

Метрология как наука об измерениях является многогранной дисциплиной со своей методологией, в которой несколько условно принято различать три раздела: теоретическую (фундаментальную), прикладную (практическую) и законодательную метрологию.

Теоретическая метрология (общая теория измерений) занимается:

- разработкой новых принципов и методов измерений;
- разработкой принципов построения эталонов, шкал и единиц измерения;
- исследованиями по применению для целей точных измерений фундаментальных физических констант;
- разработкой методик измерений и методик обработки результатов наблюдений при конкретных измерениях;
- совершенствованием понятийной базы метрологии, системы единиц измерений и метрологической терминологии;
- разработкой научных основ государственной системы обеспечения единства измерений и другими вопросами.

Теоретическая метрология при описании теории и методов обработки результатов измерений широко использует математические методы, а в части методов измерений, установления и воспроизведения размера единиц и шкал измерений тесно взаимосвязана с естественными науками (физикой, химией).

Структура теоретической метрологии (по [92]) приведена на рис. 1.1.

Как видно из рис. 1.1, теоретическая метрология охватывает самые разнообразные направления общей теории измерений. Поэтому возможна ее дифференциация по различным критериям: по предмету исследований, по методам исследований, по используемому математическому аппарату и т. п.



Рис. 1.1. Структура теоретической метрологии

Так, область теоретической метрологии, связанная с исследованиями и разработкой единиц физических величин и их эталонов на основе квантовых явлений атомной физики, относится к *квантовой метрологии*. При решении задач, связанных с оценкой точности измерений и измерительных средств широко используются математические модели, описываемые вероятностно-статистическими методами. Поэтому представляется правомерным область теорети-

ческой метрологии, связанную с теорией погрешностей и неопределенностей измерений и теорией точности средств измерений, базирующихся на вероятностно-статистических моделях, определить как *статистическую метрологию*.

В последние годы в связи с широким использованием в научно-производственной сфере разнообразных информационно-измерительных систем, содержащих вычислительные средства и использующих цифровые методы обработки и представления информации, приобретают возрастающее значение направления теоретической метрологии, связанные с метрологическими особенностями таких систем.

Прикладная метрология — это сфера деятельности, связанная:

- с практическим внедрением и применением в повседневной метрологической практике достижений теоретической метрологии;
- передачей шкал и размеров единиц измерений от государственных эталонов рабочим средствам измерений;
- решением задач поддержания рабочих средств в надлежащем состоянии;
- претворением в практику требований и норм законодательной метрологии с целью практического обеспечения единства измерений.

Специфической особенностью измерений является требование воспроизводимости результатов измерений, существенно зависящее от того, насколько единообразны средства измерений. Единообразие средств измерений обеспечивается периодической поверкой рабочих средств измерений с помощью специально создаваемых образцовых средств; при этом поверка является обособленной процедурой, не связанной с рабочими измерениями, в ходе которых находятся значения конкретных физических величин.

Отсюда в прикладной метрологии важное место занимают разработки образцовых средств измерений (ОСИ), эталонов, стандартных образцов, стандартных справочных данных. Во многом практическая (прикладная) часть метрологии, занимающаяся разработкой и применением эталонов единиц и шкал измерений всех уровней и реализацией единства измерений, имеет признаки технической дисциплины (приборостроения).

Единство измерений обеспечивается тогда, когда применяются узаконенные средства измерений, результаты измерений выражаются в узаконенных единицах и шкалах измерений, а погрешности и/или неопределенности измерений не выходят за установленные границы с заданной вероятностью.

Гарантией единства измерений служит юридический фундамент в виде системы соответствующих метрологических стандартов и положений о метрологических службах. Эти вопросы решаются *законодательной частью метрологии*, которая осуществляется государственными органами.

Принципы метрологической деятельности в стране закрепляются соответствующими законами, правительственными постановлениями, положениями и другими нормативными актами. Обеспечение единства измерений гарантируется соответствующим комплексом нормативных документов ГСИ (государственной системы обеспечения единства измерений), разработка которых также является одной из важнейших задач законодательной метрологии.

Государственная система обеспечения единства измерений состоит из правовой, технической и организационной подсистем и, таким образом, объединяет деятельность законодательной, теоретической и прикладной метрологии на решение задач обеспечения единства измерений.

Правовой подсистемой ГСИ является комплекс взаимоувязанных законодательных, подзаконных актов и нормативных документов, устанавливающих согласованные требования ко всем сторонам метрологической деятельности. Комплекс этих нормативных документов постоянно обновляется, приводится в соответствие с законодательными актами правительства, международными стандартами, рекомендациями Международной организации законодательной метрологии (МОЗМ), достижениями теоретической метрологии и практическими потребностями.

Техническую подсистему ГСИ составляет комплекс эталонов единиц величин и шкал измерений, совокупность стандартных образцов, утвержденных в установленном порядке; совокупность стандартных справочных данных о физических константах и свойствах веществ и материалов.

К технической подсистеме относится также совокупность испытательных, поверочных, калибровочных лабораторий.

Организационную подсистему ГСИ составляет Государственная метрологическая служба.

1.2. Физические величины, их классификация и измерение

К числу основных понятий науки относятся понятия о *физической величине* и ее *измерении*. Понятие физической величины (ФВ) является фундаментальным для метрологии и определяет ее место в системе наук. Имеются два аспекта этого понятия: первый — физическая величина как качественно общее свойство различных объек-

тов; второй — конкретная физическая величина как свойство определенного объекта исследования. Учение о физических величинах вообще, включая связи между ними и их размерности, традиционно составляло важную область физики; метрология лишь использовала результаты, полученные в этой области. В настоящее время уточнение и развитие представлений о физических величинах, связях между ними и их размерностях невозможно без метрологии. Необходимость такого участия обусловлена прежде всего тем, что указанные представления составляют базу для развития метрологии как науки и тесно связаны со многими ее разделами, и в первую очередь, с учением о единицах физических величин.

Общепринятое определение понятия физической величины таково:

«Физическая величина — свойство, общее в качественном отношении многим физическим объектам, но в количественном отношении индивидуальное для каждого объекта» (ГОСТ 116263-70 «ГСИ. Метрология. Термины и определения»).

При описании физических объектов (физических систем, явлений, процессов, сигналов) используют характеристики (одну или несколько) их важнейших свойств, которые могут быть оценены количественными значениями физических величин. Значение физической величины — это оценка ее размера в виде некоторого числа принятых для нее единиц или числа по принятой для нее шкале. Осуществление оценки возможно лишь при наличии соответствующей шкалы свойства.

В соответствии с современными представлениями величины могут быть отнесены к одному из трех подклассов: неархимедовых, скалярных или многомерных величин [3].

Неархимедовы величины описываются логическими соотношениями эквивалентности и порядка по размеру («больше — меньше»), но к ним не применимо понятие пропорциональности, т. е. отсутствует возможность получения информации о том, во сколько раз одно проявление свойства больше или меньше другого проявления. Неархимедовыми величинами являются, например, числа твердости по шкалам Бринелля, Роквелла, Виккерса и Шора, баллы силы землетрясений по шкале наблюдаемых разрушений, баллы силы ветра по шкале Бофорта и т. п.

Скалярные величины являются основным подклассом свойств, используемых для количественного описания моделей объектов. Этот подкласс подразделяется на счетные, пропорциональные, аддитивные, интервальные и относительные величины.

Счетные величины дискретны, они выражаются положительными целыми числами для определения числа объектов в рассмат-

риваемой реализации. Естественной единицей измерения для счетных величин является арифметическая единица.

Пропорциональные величины выражаются непрерывным множеством положительных действительных чисел, начиная с нуля. Для этих величин имеет смысл суждение «во сколько раз больше или меньше» и, следовательно, операции арифметического вычитания, умножения и деления, но не имеет смысла операция сложения. Такой величиной является, например, термодинамическая температура; складывать термодинамические температуры нет смысла.

Аддитивные величины также выражаются непрерывным множеством положительных действительных чисел, но к этим величинам (в отличие от пропорциональных) применимы все арифметические операции, включая сложение. К ним относятся, например, массы объектов. Имеются, кроме того, скалярные величины, которые в разных ситуациях обладают признаками или пропорциональных, или аддитивных величин. Например, электрические сопротивления резисторов при их последовательном соединении складываются арифметически — аддитивная величина, а при параллельном соединении — правило сложения другое, и суммарное сопротивление в этом случае — пропорциональная величина. Счетные, пропорциональные и аддитивные величины могут принимать нулевое значение.

Интервальные величины отличаются тем, что для них невозможно логически обоснованно определить нулевое количество, однако интервалы таких величин имеют логическую структуру пропорциональных или аддитивных величин и поэтому имеют нуль. Для самих интервальных величин невозможна операция сложения, но возможно определение условного, принятого по соглашению, нуля, от которого отсчитываются условно положительные и отрицательные значения интервальной величины. Примерами интервальных величин являются текущее время, пространственная протяженность вдоль бесконечной прямой линии и др.

Единицы измерения пропорциональных, аддитивных и интервальных величин устанавливают по соглашению.

Относительные величины по определению являются отношениями двух произвольных (не фиксированных) количественных значений одного и того же свойства. Такими величинами являются разнообразные коэффициенты (пропускания, отражения, ослабления, затухания, усиления, вероятность, добротность, КПД и др.). Такие отношения выражаются действительными числами, для которых однозначной единицей измерения является арифметическая единица.

Многомерные величины — это величины, описываемые векторами (двумерными и трехмерными), матрицами, тензорами и т. п. Для таких величин логическое соотношение «больше — меньше» в общем случае не имеет смысла; это соотношение имеет смысл лишь для модулей некоторых двухмерных и трехмерных величин. Операции сложения и умножения многомерных величин имеют специфический смысл, например сумма нескольких ненулевых векторов может быть равна нулю, а произведение векторов может быть скалярным или векторным.

Кроме приведенной выше классификации физических величин, различают основные физические величины и производные.

Основные физические величины — это такие, единицы которых приняты в качестве основных. К таковым относятся, например, длина, масса, время, электрические величины (напряжение, ток, сопротивление, мощность и др.), давление, скорость распространения и т. п.

Производные физические величины — это те, единицы которых являются производными от основных единиц.

Процедура оценки рассматриваемого свойства физической величины осуществляется как измерение.

Под измерением физической величины понимается совокупность операций, выполняемых (в соответствии с принятым методом) по определенным методикам с применением соответствующих измерительных технических средств, при выполнении которых измеряемая величина сравнивается (в явном или неявном виде) с ее единицей или некоторой шкалой с целью получения значения этой величины в форме, наиболее удобной для использования.

Функция измерений — это количественное оценивание интересующих свойств объектов измерений. При этом обязательными компонентами измерения являются *объект измерения, наблюдатель* (специалист, выполняющий измерения), *средство измерения, метод измерения и условия измерений*. Каждый из компонентов процесса измерения может тем или иным образом влиять на результат количественного оценивания. Влияние компонентов измерения на номинальное значение физической величины приводит к тому, что оно не совпадает с его *истинным значением*, под которым обычно понимают значение, идеально отражающее размер физической величины. Несовпадение номинального (измеряемого) значения физической величины с ее истинным значением называют *погрешностью измерения* или погрешностью номинального значения физической величины. Учитывая то обстоятельство, что истинное значение физической величины найти невозможно, на практике вместо истинного значения используют понятие *действительного*

значения, под которым понимают значение, отличающееся от истинного пренебрежимо мало (с точки зрения решаемой задачи).

Невозможность точного знания истинного значения измеряемой физической величины предопределила применение другого часто используемого подхода, при котором достоверность результата измерения характеризуют не погрешностью, а *неопределенностью измерений* (см. далее п. 1.10.3).

1.3. Адекватные модели и измеряемые величины

В радиоэлектронике и других областях техники широко используется математическое моделирование исследуемых процессов и устройств. *Моделирование* есть способ и средство изучения объекта исследования (измерения), состоящие в адекватном представлении, т. е. в адекватной замене, реального объекта некоторой моделью, сохраняющей существенные черты оригинала, но более удобной для экспериментального исследования (измерения).

Адекватность модели заключается в полноте учета и отражения в ней основных свойств моделируемого объекта, которые требуется определить при решении конкретной измерительной задачи, или свойств, которые, не являясь предметом измерительной задачи, могут заметно влиять на результат измерения исследуемых параметров. Сама задача установления адекватной модели требует предварительного знания определенной информации о свойствах исследуемого объекта, т. е. исходной информации. Неполная адекватность отражения моделью свойств объекта является источником принципиальных погрешностей модели, для оценки которых экспериментальными или расчетными способами используют все имеющиеся возможности. Обычно погрешностями модели можно пренебрегать, если они не превышают 10 % от допускаемой погрешности измерений.

Моделирование объектов измерений является в общем случае обязательным этапом, предшествующим непосредственной процедуре измерения. Используемая модель объекта измерения обычно отражает его определенные реальные свойства и в то же время учитывает характер решаемой измерительной задачи. При этом исследуемые параметры и характеристики объекта часто представляются функционалами параметров модели. Поэтому наряду с понятием «физическая величина» в метрологии используют понятие «*измеряемая величина*», определяемая как функционал параметров модели объекта измерения. Измеряемая величина всегда имеет размерность определенной физической величины, но представляет

собой некоторую конкретизацию физической величины, обусловленную свойствами объекта измерений, связанными с поставленной задачей измерения [3].

Реально измеряемые величины (т. е. реально существующие величины (параметры, характеристики) реальных объектов, измеряемые в реальных условиях реальными техническими средствами) оказываются связанными с интересующими свойствами объекта измерений через модель объекта.

1.4. Общие принципы измерения свойств и шкалы измерений [15]

Не все способы получения знаний о физических объектах и их свойствах относятся к измерениям. Если изучение, исследование, идентификация, оценка, определение свойств проводятся без экспериментов с использованием специальных технических средств, то эти действия обычно не квалифицируют как измерения. Как было сказано выше, измерение — это экспериментальное определение (исследование свойств) физической величины с помощью соответствующих технических средств (обычно с помощью измерительных приборов).

Измерению подлежат различные проявления свойств тел, веществ, явлений, процессов, описываемых принятыми моделями. Некоторые свойства при этом проявляются количественно, а другие — качественно. Инструментально измеряются не только обычные пропорциональные и аддитивные величины, но и неархимедовы и относительные величины, многомерные величины и др. и даже качественные свойства. При этом измерение, оценка какого-либо свойства объекта возможны только после установления (принятия по соглашению) *шкалы измерений*, отображающей логическую структуру модели этого свойства на систему чисел или других знаков.

Шкала измерений количественного является шкалой физической величины. *Шкала физической величины* — это упорядоченная последовательность значений физической величины, принятая по соглашению на основании результатов точных измерений.

Единообразии измерений и возможность сопоставления результатов измерений, выполненных по той или иной шкале различными операторами в различных учреждениях или даже государствах, возможно только в тех случаях, когда используемая шкала измерений специфицирована (точно определена) соответствующим документом, требования которого строго выполняются оператором.

В теории измерений в соответствии с логической структурой проявления свойств различают пять основных типов шкал измере-

ний: наименований, порядка, разностей (интервалов), отношений и абсолютные шкалы.

Шкалы наименований (шкалы классификации) — это шкалы, которые отражают качественные свойства объектов. Они используются для классификации объектов, свойства которых проявляются только в отношении эквивалентности (равенства), т. е. объектов, элементы которых характеризуются только соотношениями эквивалентности и сходства конкретных качественных проявлений свойств. Эти свойства нельзя считать физическими величинами, поэтому шкалы такого вида не являются шкалами физических величин. По существу шкалы наименований являются качественными. Поскольку такие шкалы характеризуются только отношениями эквивалентности, то в них отсутствует понятие нуля, «больше» или «меньше» и единицы измерения.

Примерами таких шкал являются:

- шкала классификации цвета объектов по наименованиям (красный, оранжевый, желтый и т. д.), опирающаяся на стандартизованные атласы наборов цветов, систематизированных по сходству;
- классификация кристаллов по группам симметрии;
- классификация растений и животных по Линнею и т. п.

Изменения спецификаций шкал наименований недопустимы, поскольку любые изменения равносильны введению новой шкалы.

Шкалы порядка (шкалы рангов) — это шкалы, описывающие такие свойства объектов, для которых имеют смысл не только соотношения эквивалентности, но и соотношения порядка по возрастанию или убыванию количественного проявления свойства. Такие шкалы позволяют установить отношение больше/меньше между величинами, характеризующими указанное свойство; в них может быть или отсутствовать нулевой элемент; но в них принципиально нет возможности ввести единицу измерений, поскольку для описываемых свойств логически невозможно установить пропорциональность и соответственно нет возможности определять, во сколько раз больше или меньше конкретные проявления свойства.

Для физических величин, когда уровень познания не позволяет точно установить отношения, существующие между величинами данной характеристики используют условные (эмпирические) шкалы порядка. *Условная шкала* — это шкала порядка физической величины, исходные значения которой выражены в условных единицах. Примерами таких шкал являются шкала вязкости Энглера, 12-бальная шкала Вифорта для силы морского ветра, шкала твердости минералов по Моосу, содержащая 10 классов эквивалентности

(10 опорных минералов с различными условными числами твердости) и др.

Шкалы интервалов (шкалы разностей) — это шкалы, у которых в отличие от шкал порядка для описываемых ими свойств имеют смысл не только соотношения эквивалентности и порядка, но и аддитивности, т. е. суммирования интервалов (разностей) между различными количественными проявлениями свойств. Шкала интервалов состоит из одинаковых интервалов, имеет единицу измерения и произвольно выбранное начало — нулевую точку. Шкалами интервалов описываются интервальные скалярные величины. К таким шкалам, например, относятся шкалы интервалов времени, температурные шкалы Цельсия, Фаренгейта и Реомюра и др. Шкалы интервалов имеют условные (принятые по соглашению) единицы измерений и условные нули, опирающиеся на какие-либо реперы. Интервалы шкал разностей обладают всеми свойствами шкал отношений — в них допустимы линейные преобразования, в них применимы процедуры для отыскания математического ожидания и стандартного отклонения. Шкалы интервалов и отношений допускают изменение спецификаций и даже определений единиц измерений.

Шкалы отношений — это шкалы, описывающие свойства эмпирических объектов, которые удовлетворяют отношениям эквивалентности, порядка и аддитивности. От шкал разностей они отличаются тем, что в них существуют естественные нули, т. е. с формальной точки зрения шкала отношений является шкалой интервалов с естественным началом отсчета. К множеству количественных проявлений в этих шкалах применимы все арифметические действия — операции вычитания и умножения (шкалы отношений 1-го рода — пропорциональные шкалы) и во многих случаях и суммирования (шкалы отношений 2-го рода — аддитивные шкалы), что имеет важное значение при измерениях физических величин. Шкалами отношений описываются пропорциональные и аддитивные скалярные величины. Примерами шкал отношений являются шкалы массы (2-го рода), термодинамическая температурная шкала (1-го рода). Шкалы отношений — самые совершенные, они широко используются в физике и технике; в них допустимы все арифметические и статистические операции, кроме суммирования для шкал отношений 1-го рода (суммировать температуры разных тел не имеет смысла).

Абсолютные шкалы — это шкалы, обладающие всеми признаками шкал отношений, но дополнительно имеющие естественное однозначное определение единицы измерений и не зависящие от принятой системы единиц измерения. Такие шкалы используются для измерений безразмерных скалярных счетных и относительных величин (коэффициентов усиления, ослабления, КПД, коэффициен-

тов отражений, пропускания и поглощений, добротности, глубины модуляции и т. п.). Их единицы безразмерны и сочетаются с единицами любых систем, являясь по сути дела внесистемными или надсистемными. Такие шкалы используются как вариант представления шкал отношений при делении соответствующих величин на некоторые опорные значения этих величин, выраженные в принятых единицах. Абсолютные шкалы бывают ограниченными (КПД) и неограниченными (коэффициент усиления), непрерывными и дискретными.

Шкалы наименований и порядка называют неметрическими (концептуальными), а шкалы интервалов и отношений — метрическими (материальными).

1.5. Системы физических величин и их единиц

1.5.1. Единицы физических величин

Количественное содержание свойств реальных объектов оценивается посредством соответствующих физических величин. При этом в метрологии используют понятия размера и значения физической величины.

Размер физической величины — это количественное содержание в объекте некоторого свойства, описываемого данной физической величиной.

Значение физической величины — это оценка ее размера в виде определенного числа принятых для ее описания единиц.

Единица физической величины — это физическая величина фиксированного размера, которой условно присвоено числовое значение, равное единице, и которая применяется для количественного выражения однородных физических величин. Размер единиц физических величин устанавливается путем их законодательно закрепленного определения метрологическими органами государства.

Между единицами физических величин устанавливают определенные зависимости. При этом произвольно устанавливают несколько *основных единиц физических величин*, а все остальные, называемые *производными единицами физических величин* и выражаемые через основные единицы, получают при помощи известных зависимостей (законов и определений), связывающих различные физические величины, т. е. посредством определяющих уравнений (уравнений связи) между ними.

Итак, *производная единица* — это единица производной физической величины системы единиц, образованная в соответствии с уравнениями, связывающими ее с основными единицами или же с основными и уже определенными производными. Если при установлении производной единицы физической величины в ее выражении

через основные единицы физических величин полагают равным единице коэффициент пропорциональности k_x ($k_x = 1$), то она называется *когерентной производной единицей физической величины*.

Совокупность основных и производных единиц физических величин, охватывающих определенные области физики, называется *системой единиц физических величин*. В названии системы физических величин применяют символы величин, принятых за основные. Например, система величин механики, в которой в качестве основных используются длина (L), масса (M) и время (T), называется системой LMT .

Система единиц физических величин, все производные единицы которой когерентны, называется *когерентной системой единиц физических величин*.

1.5.2. Размерности физических величин

Важной характеристикой физической величины x является ее *размерность* — $\dim x$ — характеристика, выражаемая при помощи *формул размерности* в форме степенного многочлена, отражающая связь данной величины с основными физическими величинами; коэффициент пропорциональности при многочлене принимается равным единице, например

$$\dim x = L^\alpha M^\beta T^\gamma. \quad (1.1)$$

В формуле размерности:

- правая часть есть размерность единицы физической величины;
- левая часть — обозначение этой размерности;
- α, β, γ — показатели размерности, т. е. положительные или отрицательные числа, показывающие, как изменяется производная единица физической величины с изменением основной.

Из формулы размерности видно, как изменяется размер производной физической величины с изменением размера основной физической величины при выбранном определяющем уравнении.

Размерность физической величины является более общей характеристикой, чем определяющее ее уравнение связи, поскольку одна и та же размерность может характеризовать величины, имеющие разную качественную природу и различающиеся по форме определяющего уравнения.

В литературе часто основные единицы обозначаются через обозначения соответствующих физических величин в квадратных скобках, например $[L]$, $[M]$, $[T]$ и т. д. Тогда производная единица $[x]$ некоторой физической величины x находится через единицы $[L]$, $[M]$, $[T]$ по формуле

$$[x] = k_x [L]^\alpha [M]^\beta [T]^\gamma, \quad (1.2)$$

где k_x — произвольно выбираемый коэффициент пропорциональности.

Если показатели размерности $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ при образовании производной физической величины x равны нулю, то производная физическая величина x называется *безразмерной*, а ее единица $[x]$ — *безразмерной единицей* физической величины.

Над размерностями можно производить действия умножения, деления, возведения в степень и извлечения корня.

Если $z = k_1xy$, то

$$\dim z = \dim x \cdot \dim y. \quad (1.3)$$

Если $z = k_2 \frac{x}{y}$, то

$$\dim z = \frac{\dim x}{\dim y}. \quad (1.4)$$

Если $z = k_3x^n$, то

$$\dim z = (\dim x)^n. \quad (1.5)$$

Размерность величины одновременно является размерностью ее единицы.

Из теории шкал измерений следует, что размерностями обладают лишь единицы метрических шкал разностей и отношений. Единицы абсолютных шкал безразмерны в принципе, даже при включении их в любую систему единиц. Шкалы наименований и порядка не имеют единиц измерений, поэтому к цифрам, баллам и иным знакам, характеризующим эти шкалы, понятие «размерность» не применимо.

В различных областях науки и техники при проведении экспериментальных исследований широко используется *анализ размерностей* — весьма эффективный способ получения максимального объема полезных данных при наилучшем контроле и минимальных затратах времени на их обработку и вычисления. Суть этого способа состоит в объединении нескольких переменных эксперимента в одну. Для правильного применения анализа размерностей необходимо знать характер и число фундаментальных переменных в проводимом эксперименте. *Фундаментальная переменная* — это любая величина, оказывающая влияние на эксперимент и способная изменяться независимо от других переменных. Наряду с фундаментальными переменными различают еще *регулируемые переменные*. Если известны все переменные эксперимента, то их можно преобразовать, используя *теорему Букингема*, первая часть которой утверждает:

Если какое-либо уравнение однородно относительно размерностей, то его можно преобразовать к соотношению, содержащему набор безразмерных комбинаций величин.

Однородным относительно размерностей является уравнение, форма которого не зависит от выбора основных единиц.

Безразмерные комбинации представляют собой произведения или отношения величин, составленные таким образом, что в каждой комбинации размерности сокращаются.

Вторая часть теоремы Букингема, используемой для проверки результатов анализа размерностей, известная как *π -теорема*, утверждает следующее:

Если существует однозначное соотношение $\varphi(A_1, A_2, \dots, A_n) = 0$ между n физическими величинами, для описания которых используется k основных единиц, то существует также соотношение

$$\varphi'(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{n-k}) = 0 \quad (1.6)$$

между $(n - k)$ безразмерными комбинациями, составленными из этих физических величин.

1.5.3. Системы единиц физических величин. Международная система СИ

Были предложены и в практической деятельности использовались и используются несколько систем единиц физических величин, базирующихся на метрические единицы, но с различными основными единицами. Метод построения систем единиц в его первоначальном виде был разработан Ф. Гауссом. По этому методу построение систем единиц измерений начинается с выбора минимального числа основных единиц, через которые выражают все практически применяемые единицы измерений — называемые производными.

Наиболее известными из этих систем являются следующие:

- *Система СГС, или физическая система.* Основные единицы физических величин — сантиметр, грамм, секунда. Система получила большое распространение в физике. В дальнейшем были созданы некоторые разновидности этой системы для электрических и магнитных физических величин.
- *Система МТС.* Основные единицы физических величин — метр, тонна, секунда. Большого распространения эта система не получила.
- *Система МКГСС, или техническая система.* Основные единицы физических величин — метр, килограмм-сила, секунда. Эта система получила большое распространение в технике.

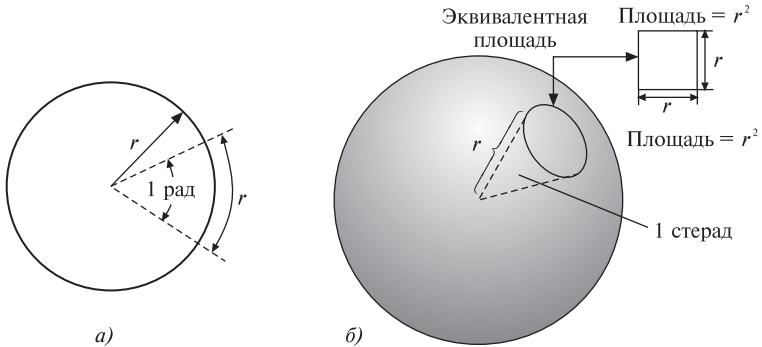


Рис. 1.2. Представления радиана (а) и стерадиана (б)

- Система МКСА, или система Джорджи (по имени ее создателя). Основные единицы физических величин — метр, килограмм, секунда и ампер. Эта система в настоящее время вошла составной частью в новую международную систему единиц.

В 1960 г. XI Генеральная конференция по мерам и весам утвердила Международную систему физических величин СИ (SI — *Système International d'unités* — фр.), которая в настоящее время является основной применяемой системой в большинстве стран мира. В качестве основных единиц в этой системе приняты метр, килограмм, секунда, ампер, кельвин, моль и канделла (табл. 1.1). В соответствии с символами основных величин (длина — L , масса — M , время — T , сила электрического тока — I , температура — Q , количество вещества — N и сила света — J), используемых в данной системе, международную систему СИ обозначают символами $LMTIQNJ$.

В качестве надсистемных единиц физических величин в системе СИ используются две безразмерные единицы — это единица плоского угла — радиан и единица телесного угла — стерадиан.

Радиан — центральный угол круга радиуса r , противолежащий дуге окружности, длина которой l равна радиусу r (рис. 1.2, а). Полной длине окружности соответствует угол 2π радиан. Один радиан равен $57,3^\circ$.

Телесный угол — центральный угол в сферической системе координат. Элемент телесного угла определяется выражением $d\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi$, где θ и φ — соответственно угол места и азимутальный угол. Мерой телесного угла является *стерадиан*. Один стерадиан определяется как телесный угол с вершиной в центре сферы радиуса r , который противолежит сферической поверхности, площадь которой равняется площади квадрата со стороной r (рис. 1.2, б).

Производные единицы системы СИ, имеющие собственное название, приведены в табл. 1.2.

Таблица 1.1

Основные единицы физических величин СИ

Физическая величина		Единица физической величины			Определение
Наименование	Размерность	Наименование	Обозначение		
			Русск.	Межд.	
Длина	L	метр	м	m	Расстояние, которое проходит свет в вакууме за $1/299792458$ долей секунды
Масса	M	килограмм	кг	kg	Масса, равная массе международного прототипа килограмма
Время	T	секунда	с	s	Время, равное $9\,192\,631\,770$ периодам излучения, соответствующего переходу между двумя сверхтонкими уровнями основного состояния атома цезия-133
Сила электрического тока	I	ампер	A	A	Сила электрического тока, равная силе неизменяющегося электрического тока, который при прохождении по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожно малой площади кругового поперечного сечения, расположенным в вакууме на расстоянии 1 м один от другого, вызвал бы на участке проводника длиной 1 м силу взаимодействия, равную $2 \cdot 10^{-7}$ Н
Термодинамическая температура	Q	кельвин	K	K	Термодинамическая температура, равная $1/273.16$ части термодинамической температуры тройной точки воды*
Количество вещества	N	моль	моль	mol	Количество вещества, равное количеству вещества системы, содержащей столько же структурных элементов, сколько содержится атомов в углероде-12 массой $0,012$ кг. При применении моля структурные элементы должны быть специфицированы и могут быть атомами, молекулами, ионами, электронами и другими частицами или специфицированными группами частиц
Сила света	J	кандела	кд	cd	Сила света, равная силе света, испускаемого с поверхности площади $1/600\,000$ м ² полного излучателя в перпендикулярном направлении, при температуре излучателя, равной температуре затвердевания платины при давлении 101325 Па

* Тройная точка воды — температура, при которой в равновесии находятся ее твердая, жидкая и парообразная фазы.

Таблица 1.2

Производные единицы физических величин СИ, имеющие
специальное название

Физическая величина		Единица физической величины			
Наименование	Размерность	Наименование	Обозначение		Выражение через единицы СИ
			Русск.	Межд.	
Частота	T^{-1}	герц	Гц	Hz	s^{-1}
Сила, вес	$LM T^{-2}$	ньютон	Н	N	$m \cdot kg \cdot s^{-2}$
Давление, механическое напряжение, модуль упругости	$L^{-1} M T^{-2}$	паскаль	Па	Pa	$m^{-1} kg \cdot s^{-2}$
Энергия, работа, количество теплоты	$L^2 M T^{-2}$	джоуль	Дж	J	$m^2 kg \cdot s^{-2}$
Мощность, поток энергии	$L^2 M T^{-3}$	ватт	Вт	W	$m^2 kg \cdot s^{-3}$
Количество электричества (электрический заряд)	$T I$	кулон	Кл	C	$s \cdot A$
Электрическое напряжение, электрический потенциал, электродвижущая сила	$L^2 M T^{-3} I^{-1}$	вольт	В	V	$m^2 kg \cdot s^{-3} A^{-1}$
Электрическая емкость	$L^{-2} M^{-1} T^4 I^2$	фарад	Ф	F	$m^{-2} kg^{-1} s^4 A^2$
Электрическое сопротивление	$L^2 M T^{-3} I^{-2}$	ом	Ом	Ω	$m^2 kg \cdot s^{-3} A^{-2}$
Электрическая проводимость	$L^{-2} M^{-1} T^3 I^2$	вебер	См	S	$m^{-2} kg^{-1} s^3 A^2$
Поток магнитной индукции, магнитный поток	$L^2 M T^{-2} I^{-1}$		Вб	Wb	$m^2 kg \cdot s^{-2} A^{-1}$
Плотность магнитного потока, магнитная индукция	$M T^{-2} I^{-1}$	тесла	Тл	T	$kg \cdot s^{-2} A^{-1}$
Индуктивность, взаимная индуктивность	$L^2 M T^{-2} I^{-2}$	генри	Гн	H	$m^2 kg \cdot s^{-2} A^{-2}$
Световой поток	J	люмен	лм	lm	$cd \cdot sr$
Освещенность	$L^{-2} J$	люкс	лк	lx	$m^{-2} cd \cdot sr$
Активность нуклида в радиоактивном источнике	T^{-1}	беккерель	Бк	Bq	s^{-1}
Поглощенная доза ионизирующего излучения, керма	$L^2 T^{-2}$	грей	Гр	Gy	$m^2 s^{-2}$
Эквивалентная доза излучения	$L^2 T^{-2}$	эиверт	Эв	Ev	$m^2 s^{-2}$

Принятие СИ позволило унифицировать единицы измерений — для каждой величины принята одна и только одна единица. Система СИ охватывает большинство областей естественных наук и техники. Ее единицы, как правило, имеют удобные для практического применения размеры. Четко разграничены единицы массы и силы