

Введение

Под термином «прогноз» традиционно понимают научно обоснованное суждение о возможных состояниях выбранного объекта (динамической системы — ДС) в будущем и/или его (ее) траекториях в пространстве состояний, а также о сроках осуществления данных состояний. Метод прогнозирования, помимо общеизвестного ежедневного прогноза погоды, применяется, например: в автоматических системах управления производственными процессами [1]; для прогнозирования геофизических и метеорологических явлений на Земле [2–3]; в геологии и геофизике [4–5]; в медицине [6, 7–9]; в политологии [10]; в макроэкономике и государственном управлении [11–14]; в экономике [15]; в управлении финансами [13–15].

Таким образом, задача прогнозирования будущих состояний ДС на основе информации о ее предыдущих состояниях является актуальной в различных областях человеческой деятельности [16].

Во многих случаях задачу прогнозирования изменения состояния ДС удается свести к задаче прогнозирования упорядоченных по времени последовательностей, составленных из значений параметров процессов $X(t)$, порожденных данной ДС, которые измерены в узлах равномерной временной сетки $t_i = i\Delta t$, $i = 0, N - 1$, где $\Delta t = \text{const}$ — шаг временной сетки. Обсуждаемые последовательности называют временным рядом (ВР). При этом различают следующие типы ДС, порождающих прогнозируемые ВР:

- ДС, описываемые известными математическими моделями, которые построены на основе физических законов, определяющих ее эволюцию во времени;

- ДС, описываемые с помощью математических моделей, построенных на основе анализа особенностей ВР, порожденных данной ДС (феноменологические модели).

Прогнозирование ВР, порожденных ДС первого типа, осуществляется на основе использования соответствующей математической модели ДС, прогнозирование ВР второго типа — на основе использования феноменологической (формальной) модели ВР. Соответственно, методы прогнозирования ВР разделяют на методы прогнозирования ВР, основанные на использовании математической модели ДС, породившей данный ВР, и методы прогнозирования, основанные на использовании формальных моделей ВР, — формальные методы прогнозирования ВР.

Необходимо отметить, что на практике также приходится решать задачу прогнозирования ВР, у которых известны как его ранее спрогнозированные в выбранные моменты времени, так и соответствующих им наблюдаемые значения ВР (например, ВР, составленный из значений оптовых цен на электроэнергию, ВР, составленный из значений обменных курсов валют и т. д.). Наличие данной информации потенциально дает возможность проводить сравнение соответствующего спрогнозированного и наблюдаемого значений ВР и на его основе корректировать значения последующих спрогнозированных значений ВР, улучшая тем самым точность прогноза. Данный подход, известный как метод ассимиляции данных (Data Assimilation — DA), используется, например, при прогнозировании погоды. Необходимым условием его использования является наличие математической модели ДС, породившей прогнозируемый ВР. Отмеченное обстоятельство ограничивает использование метода DA для прогнозирования ВР, описываемых феноменологическими моделями. При этом понятно, что спрогнозированные на основе феноменологических моделей значения ВР потенциально также можно корректировать на основе их сравнения с соответствующими наблюдаемыми значениями ВР. Между тем для ВР данного типа методов, аналогичных методу DA, по мнению авторов, не существует.

Напомним, что разработки формальных методов прогнозирования ВР датируется 1910 г., когда было предложено ис-

пользовать для прогнозирования ВР модель скользящего среднего (МА). В 1920 г. в работах G. Yule и J.C. Walker впервые была предложена авторегрессионная модель (AR) ВР. Далее в 1970 г. G. Voh и H. Jenkins объединили AR- и МА-модели ВР в единую модель, получившей название авторегрессии-скользящего среднего (ARMA). Затем в 1976 г. на основе ARMA-модели G. Voh и H. Jenkins была разработана модель авторегрессии-проинтегрированного скользящего среднего (ARIMA).

В 1989 г. R. Vautard, M. Ghil предложили метод сингулярного спектрального анализа (SSA), относящийся к классу непараметрических методов анализа и прогнозирования ВР, основанный на декомпозиции исследуемого ВР на некоторый аддитивный набор более простых ВР, называемых главными компонентами (ГК), которые могут быть интерпретированы с точки зрения представлений о динамике ДС, породившей данный ВР (например, тренд, гармонические составляющие, шум и т.д.). В основании метода SSA лежит преобразование одномерного ВР в многомерный ВР с помощью однопараметрической сдвиговой процедуры (отсюда в русскоязычной литературе данный метод получил название «гусеница») и далее исследование полученной многомерной траектории с помощью сингулярного разложения и восстановления (аппроксимации) ВР по выбранным ГК. Отметим, что данный метод не требует стационарности анализируемого ВР, в отличие, например, от Фурье-анализа и параметрических методов спектрального оценивания. Исследованием различных теоретических и прикладных аспектов метода SSA также занимались Н.Э. Голяндина, А.А. Жиглявский, С.В. Поршнева и др.

В 1968 г. А.Г. Ивахненко был предложен формальный метод прогнозирования ВР, получивший название метод группового учета аргументов (GMDH), основанный на гипотезе о том, что значение x_N ВР x_i зависит от B его предыдущих значений:

$$x_N = F(x_{N-1}, x_{N-2}, \dots, x_{N-B}).$$

Здесь в качестве функции $F(\dots)$ автор предложил использо-